

20. Oktober

Kommazahl in Binärdarstellung: Dezimalzahl: 123.63

$\begin{matrix} \nearrow & \uparrow & \searrow & \uparrow & \nearrow \\ 10^2 & 10^1 & 10^0 & 10^{-1} & 10^{-2} \end{matrix}$

Binärzahlen funktionieren gleich: $\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & . & 1 & 1 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & & \uparrow & \uparrow \\ 2^2 & 2^1 & 2^0 & & 2^{-1} & 2^{-2} \end{matrix} \Rightarrow 5.75_{10}$

Wie konvertiere ich eine Dezimalzahl in Binär?

Rezept: 1. finde Binärzahl der Zahl ohne Nachkommastelle

Bsp.: $8.9_{10} = 1000_2 + 0.9_{10}$

2. Führe folgenden Algorithmus aus

$$b_i = \begin{cases} 1 & x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases}$$

x	b_i	$x - b_i$	$2 \cdot (x - b_i)$
0.9	0	0.9	1.8
1.8	1	0.8	1.6
1.6	1	0.6	1.2
1.2	1	0.2	0.4
0.4	0	0.4	0.8
0.8	0	0.8	1.6
1.6	1	0.6	1.2

⚠ 1. Zeile streichen ⚠

Bsp. also gilt $8.9_{10} = 1000.11100_2$

Fließkommazahlssystem: Wir definieren die Menge \mathbb{F}^*

$$\mathbb{F}^*(b, p, e_{\min}, e_{\max}) := \left\{ \pm b_0 . b_1 b_2 \dots b_{p-1} \times b^e \mid \begin{array}{l} b_i \in \{0, \dots, b-1\} \\ b_0 \neq 0 \\ e \in \{e_{\min}, e_{\min}+1, \dots, e_{\max}\} \end{array} \right\}$$

Die grösste Zahl, die wir darstellen können ist

$$x_{\max} := \max\{x \in \mathbb{F}^*\} = b^{e_{\max}} \cdot \sum_{n=0}^{p-1} (b-1) \cdot b^{-n} = b^{e_{\max}} \cdot \frac{(1 - (\frac{1}{b})^p)(b-1)}{1 - \frac{1}{b}} = \underline{\underline{b^{e_{\max}+1} \cdot (1 - b^{-p})}}$$

$$\text{und } x_{\min} := \min\{x \in \mathbb{F}^*\} = -x_{\max}$$

Die kleinste positive Zahl ist dann $b^{e_{\min}}$ (Wieso?)

Berechnungen in \mathbb{F} :

- Rezept:
1. ^{Binär-}Bringe beide Zahlen auf den gleichen Exponenten
 2. Addiere beide Binärzahlen schriftlich
 3. Normalisiere die erhaltene Zahl
 4. Runde die Zahl in \mathbb{F} .

Bsp.: $0.5625 (= 1.001 \cdot 2^{-1})$ und $0.46875 (= 1.111 \cdot 2^{-2})$ in

$\mathbb{F}^*(2, 4, -2, 2)$.

$\mathbb{F}(3, 3, -3, 3)$

$$1. \quad 1.111 \cdot 2^{-2} \rightarrow 0.1111 \cdot 2^{-1}$$

$$1.22 \cdot 3^3$$

$$2. \quad \begin{array}{r} 1.001 \cdot 2^{-1} \\ 0.1111 \cdot 2^{-1} \\ \hline 10.0001 \cdot 2^{-1} \end{array}$$

$$10.0001 \cdot 2^{-1}$$

$$3. \quad \text{Normalisieren: } 10.0001 \cdot 2^{-1} \Rightarrow 1.00001 \cdot 2^0$$

$$4. \quad \text{Runde zu } 1.000 \cdot 2^0$$

Wir sehen, dass dies nicht dem Wert entspricht, den wir erwartet hätten, da die Präzision 4 nicht hoch genug ist.